**PAGINA 1**

**Las aventuras de Cardano y Ferrari**

Había una vez, cerca de la capital Italia en la cuidad de Venecia, una casa, muy, pero muy antigua vivían 2 grandes genios matemáticos, Girolamo Cardano y Ludovico Ferrari

Suena el despertador

Cardano - Hey! Despierta, hoy es el gran día

Ferrari - ¿Gran día? De que estas hablando

Cardano - Hoy será la batalla de gallos entre María Fiore y Niccola Tartaglia

Ferrari - ¿Y qué tiene de importante eso?

Cardano - Tonto, ¿qué acaso no sabes de que trata esta batalla?

Ferrari - No la verdad es que no, ni me he enterado

Cardano - Será un duelo con problemas, pero no cualquier tipo de problemas, con ecuaciones cúbicas, y si alguno de ellos puede resolver los problemas, ¿sabes lo que eso significaría?

Ferrari - Si, que alguien más ya descubrió la forma de cómo resolverlos, mientras nosotros aquí seguimos matándonos día con día y seguimos, sin siquiera estar cerca de resolverlo

Cardano - Como eres pesado de verdad, si alguno de ellos ya logro encontrar algún método para resolverlo, seguramente nos podrá ayudar, o ya te has dado por vencido

Ferrari - Suerte con ello, si alguien tuviera en su poder algún método para resolver las ecuaciones, ¿Por qué crees que lo compartiría con nosotros? Porque no compartirlo con el mundo

Cardano - Porque quizá con nuestra ayuda podrían encontrarse más métodos para todas las demás ecuaciones polinómicas

Ferrari - Bueno vale, sigue soñando, si no te importa, tengo trabajo que hacer

Cardano - De verdad que eres terco, bueno, si no quieres ir no me quedara más de otra que irme solo

Ferrari - Que tengas buen viaje, recuerda llevar tu abrigo

Cardano - Bueno, nos vemos

Ferrari - Hasta luego, cuídate

Se cierra la puerta y Cardano se va en dirección a la terminal de autobuses camino a Bolonia

Cardano llega a la terminal de autobuses y se dirige a ventanilla, en donde compra el boleto de autobús y aborta el autobús y este sale en rumbo a Bolonia.

**PAGINA 2**

El autobús pega en la terminal de autobuses de Bolonia y Cardano desciende del autobús, y parte en rumbo a su destino, no sin antes preguntar dónde sería el tan importante duelo, para su mala fortuna no muchos estaban enterados de este acontecimiento, por lo que recorre muchas calles de la cuidad hasta encontrarse con una librería en donde se podía ver un anuncio pegado en la puerta con la información del lugar y hora de la realización del duelo, con lo que aborta un taxi y le pide que lo lleve a la Universidad de Bolonia en donde, se llevaría a cabo este acontecimiento, una vez llegado a la universidad, se percatada que hay gran cantidad de gente esperando por el inicio del duelo.

Una vez comenzando el duelo, cada uno de los participantes le entrega al otro un sobre que contiene los ejercicios que le preparo el uno al otro y una vez abiertos empezaba la cuenta regresiva que tenía una duración de 3 horas en donde tenían que resolver el máximo numero de problemas posibles y el participante que resolviera más de manera correcta sería el ganador

María del Fiero seguro de sí y de la fórmula que le había heredado su maestro Scipione del Ferro para las ecuaciones cubicas del tipo ax3 + cx +d = 0 se vía como el ganador, pero no contaba con que Niccola Tartaglia no solo había descubierto por sí solo la misma ecuación que su maestro del Fiero si no que descubrió aún más, de cantando así una victoria humillante a favor de Tartaglia, pudiendo resolver todos y cada uno de los ejercicios que le había designado su contrincante si no, que además María de Fiero no pudo resolver ni uno solo de sus ejercicios.

Cardano estaba maravillado con el trabajo de Tartaglia, en verdad no lo podía creer, tenía ante sus ojos la respuesta a todos sus problemas, por lo que terminado el duelo se acerca con Tartaglia a charlar

Cardano - Que tal, es un gusto, me presento soy Girolamo Cardano, soy un gran admirador suyo, quería saber si podemos platicar

Tartaglia - Que tal Girolamo, mucho gusto, mi nombre es Niccola Tartaglia, dime en que puedo ayudarte

Cardano - Quería saber si podría compartirme el método que utilizo en su duelo contra del Fiore

Tartaglia - Ya veo, lo siento mucho pero no puedo ayudarte y mira la hora que es, ya debo de irme, compromiso

Cardano - Por favor quédese y si lo discutimos, lo invito a tomar una taza de Té mientras platicamos

Tartaglia - Es usted muy amable por la invitación, pero como ya le dije no puedo ayudarlo

Cardano - Pero, ¿por qué no? Sé que no, nos conocemos, pero tenemos el mismo interés en común, ándele déjeme invitarlo a una taza de Té o al menos dígame como puedo contactarlo y si no puede hoy, podemos establecer otro día

Tartaglia - Sí bueno, eso tampoco será posible, como ya le he dicho y lo repito una vez más no puedo ayudarlo, hasta luego

**PAGINA 3**

Tartaglia se marcha del lugar dejando a Cardano solo y sin ninguna pista o indicio que pueda ayudarlo para contactarlo nuevamente, por lo que Cardano decide hablar con varios matemáticos que estaban en el lugar a ver quién podría ofrecerle ayuda, sin embargo, todas las respuestas eran negativas y justo cuando pensaba en rendirse, se encuentra a María del Fiorre que decide ayudarlo donde la dirección exacta de la casa de Tartaglia, no sin antes pedir que no revelara quien le habría brindado dicha información, Cardano acepta y toma apuntes de la dirección exacta de Tartaglia, por lo que decide ir a las oficinas del correo y enviarle una carta a Tartaglia en la que nuevamente lo ofrece tomar una taza de Té, para posteriormente ir al hotel donde había rentado habitación para hospedarse y concluir con la noche.

Al día siguiente temprano por la mañana, baja a la recepción del hotel, donde le pregunta al empleado de la ventanilla si había llegado alguna carta con su nombre, el empleado le responde que tenía un sobre con su nombre en el destinatario se trataba Tartaglia respondiendo a su carta del día anterior, en donde este último aceptaba su invitación de ir por una taza de Té, la carta contenía la fecha, lugar y hora de donde se vería para tomar Té y platicar, el lugar y hora eran los mismos en donde se desarrolló el duelo y la fecha estaba establecida para 2 días después de la fecha de entrega.

2 días después, Cardano se dirige al sitio en donde lo había citado Tartaglia y ni tonto ni perezoso iba con una sola intención el obtener el método de Tartaglia, una vez ahí, quedo esperando por unos 10 minutos, hasta que por fin llegó Tartaglia

Cardano - Hola, me da gusto que aceptaras mi invitación

Tartaglia - Si hombre, después de ver cómo te las ingeniaste para conseguir mi dirección, qué más puedo hacer, no quería estar recibiendo cartas constantes y bueno dime, aun tienes en mente pedirme mi método de solución

Cardano - Pero por supuesto, en verdad tengo muchas grandes ideas de lo que se puede hacer con un método como ese

Tartaglia - Sí bueno, como te he dicho antes no está entre mis planes ayudarte, acepte la invitación por cortesía y para dejar en claro, que no pienso compartir mi método...

Después de una intensa y apretada discusión y de horas de charla, Cardano por fin logra convencer a Tartaglia de que le comparta su tan secreto método, sin embargo, este último hace prometer a Cardano que no podía revelarlo por nada del mundo, Cardano acepta y Tartaglia le comparte todo lo que necesita saber (en una hoja de papel escrita), una vez terminada la cita, Cardano regresa a su hotel toma sus pertenencias y sale en rumbo a la estación de autobuses en donde toma el primer autobús rumbo a Venecia, para encontrarse con su amigo Ferrari, por lo que al llegar a Venecia, toma un taxi y se dirige en rumbo a su casa, una vez ahí, baja del taxi y entra a la casa.

Ferrari - ¿Y bueno? ¿Qué paso?

Cardano - Lo conseguí amigo, aquí lo tengo (extiende la hoja de papel escrita)

Ferrari - No lo puedo creer, esto resuelve todas las dudas que tenía

Cardano - Bueno y que esperamos? Es momento de trabajar, ya habrá tiempo para celebrar, por lo pronto tenemos trabajo que hacer

**PAGINA 4**

Cardano y Ferrari se pasan la noche trabajando partiendo del trabajo de Tartaglia en conjunto, hasta que sus trabajos rinden frutos y logran al fin establecer una ecuación general para las ecuaciones cúbicas, la cual establece:

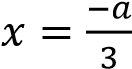
Sea K un cuerpo de característica distinta de 2 o 3 y sean 𝑎, 𝑏, 𝑐, 𝑑 ∈ 𝑘, las raíces de la ecuación: 𝑥3 + 𝑎𝑥2 + 𝑏𝑥 + 𝑐 = 0, se pueden obtener a partir de 3 casos

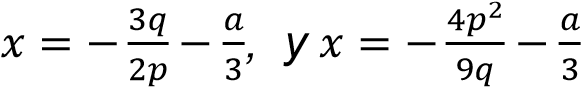
**El primer caso establece que todas las raíces serán reales y al menos 2 de ellas serán iguales *Si* 𝛥 = 0**

Cuando se tiene una raíz real, está la podremos encontrar a partir de:

En donde:

Sin embargo, para este caso en particular existen 2 posibilidades:

1. Si 𝑝 = 𝑞 = 0, entonces la ecuación tiene una raíz triple 
2. Si 𝑝𝑞 ≠ 0, entonces la ecuación tiene una raíz doble y una raíz simple, dadas respectivamente por:

.

**El caso dos establece que la ecuación tiene una raíz real y dos raíces imaginarias Si 𝛥 > 0**

Cuando se tengan raíces imaginarias, estas se pueden obtener a partir de:

Donde las raíces cúbicas u y v son reales. Las otras dos raíces son imaginarias, y vienen dadas por:

**Y el caso tres establece que la ecuación tiene 3 raíces reales simples Si 𝛥 < 0**

Y cuando se tengan raíces reales simples, están pueden obtenerse a partir de

Donde k = 0, 1, 2 y el ángulo 0 < θ < π está determinado por:

Una vez encontrado la solución general para las ecuaciones cúbicas deciden celebrarlo, pero el día de la celebración, Ferrari decide incursionar en las ecuaciones cuarticas, con lo cual trabaja con las leyes ya establecidas para las ecuaciones bicuadradas y consigue establecer lo siguiente:

**PAGINA 5**

Las raíces de la ecuación 𝑥4 + 𝑎𝑥3 + 𝑏𝑥2 + 𝑐𝑥 + 𝑑 = 0 se obtienen a partir de 2 casos

**El primer caso establece que si q = 0**

El sistema tiene una solución fácil de calcular, en donde aplicaremos un cambio de variable donde:

Llevándonos así a una ecuación incompleta:

Donde p, q y r son dados por

Así que si tenemos q = 0, tenemos lo que se conoce como una ecuación bicuadrada, cuyas raíces cumple:

**El segundo caso establece que si q 0**

Si q 0 lo primero que hay que hacer es encontrar los valores de:

El siguiente paso a realizar es encontrar el valor de P por medio de

Una vez que hemos bajado el grado, aplicamos el teorema de Cardano para obtener las raíces de P, aunque la raíz que nos interesa es la real. Posterior a esto tenemos que determinar p, q y𝛥, en donde de acuerdo al valor de la aplicaremos el teorema de Cardano según sea el caso. Para este paso aplicamos las fórmulas de Cardano.

La raíz real está dada por la respuesta de nuestro

Una vez hemos encontrado P volvemos a Ferrari para encontrar Q y R, mediante las siguientes fórmulas:

𝑝 = 2𝑃 − 𝑄2; 𝑞 = −2𝑄𝑅; 𝑟 = 𝑃2 − 𝑅2

Sustituimos los valores de p y P para encontrar Q en la primera ecuación

𝑝 = 2𝑃 − 𝑄2

Ya encontrado el valor de Q podemos encontrar R

Ya encontrados los valores de P, Q y R podemos encontrar las raíces cuarticas de la ecuación, mediante la fórmula: